

1 体育祭準備開始

本日の放課後から体育祭準備。みんな頑張ってるね。青春を謳歌してほしい。全体を見る目線。

2 パラメータ微分

さて授業。曲線の媒介変数表示と微分法。まずパラメータ表示された曲線の実例から。

$x=2t$, $y=t^2-1$ で、物理的に言えば斜方投げ上げ。パラメータ消去して陽関数表示できれば微分は一瞬。

次にパラメータ表示のままの微分を考える。一般に $y=f(x)$ に対して x が x から Δx 増加したとき、 Δy は約 $f'(x)\Delta x$ となる。これを「微分のコアの考え方」として数Ⅱ微分の導入時から散々強調している。局所 1 次近似。関数のグラフの 1 点に虫メガネをあてた図で解説している。

この考え方から、点 $(f(t), g(t))$ で t が Δt 増加したとき、 $\Delta x=f'(t)\Delta t$, $\Delta y=g'(t)\Delta t$ で、

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{g'(t)}{f'(t)} \text{ となる。これを } \frac{dy}{dx} = \frac{g'(t)}{f'(t)} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} \text{ とかき、形式的には分母分子を } dt \text{ で割ったかのよ}$$

うにかけるとまとめる。

さらに y をカタマリとみて、カタマリを x で微分することをパラメータ t での微分に書き換える式と

$$\text{見直した上で、第 2 次導関数 } \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\frac{d}{dt}\left(\frac{dy}{dx}\right)}{\frac{dx}{dt}} \text{ をかく。}$$

なお、教科書の書き方では $\frac{dt}{dx}$ が現れるが、これは良くないのではないかな。あくまで t の関数 x であ

り、逆関数が存在するかは不明である。証明をきちんとかくなら、合成関数の微分法より

$$\frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} \text{ とすればよいだけだ。}$$

授業後半はパラメータ表示された曲線のかき方。点の進行表。リサージュ曲線 $x=\sin t$, $y=\sin 2t$ を扱った。