

1 体育祭準備続く

体育祭準備が続く。各クラス、ちょっと出足が遅め？考査があったのでテーマ決めなど下準備が動きにくかった。とはいえそれは過去感覚を持っている教員目線だし、彼らにとっての体育祭は今年度のみのこと。限られた環境でやるのみ。頑張ってもらいたい。

定期的に高3バスケット部員が添削に持ってくる。京大文系2013と、京大OPの過去問と。

2 2013 京大文系数学

1は「論証の京大」が最も色濃く表れている問題。「すべての x に対して $[p(x)]$ または $[q(x)]$ 」を、安易に分配して「[すべての x に対して $p(x)$]または[すべての x に対して $q(x)$]」としては大減点となるのであろう。本問では、 $y=f(x)$ のグラフが領域 $y < -a$ 、 $-2 < y$ に入っている条件を考えることになる。もし $f(x)$ が連続関数でなければ、区間によって $y < -a$ と $-2 < y$ という2領域を横断しているグラフになる可能性もある。本問では $y=f(x)$ のグラフは下に凸の放物線だから、結局領域 $-2 < y$ に入っている条件を考える、という筋道だ。

高3生徒は、見た目の答案ではこうはなっていないが、「下に凸の放物線だから」という一言で切り抜けていたので減点にはならないが、問答で聞いているとそこまでは深くわかっていなかった様子。翌年京大理系2014の4も連続関数であることからこういった議論をする問題である。京大受験生にはこの2問は必ず経験させてあげたい。

2は平面ベクトルか初等幾何か。

3は整式の除法。(1)では a, b が具体的に定まる。(2)では、非存在の証明→背理法。存在すると仮定することで文字でおくことができる。この5問セットの中では後回しにすべき問題か。

4は微積分。2曲線が接するのは、接点にて y 座標が一致かつ微分係数が一致。円弧に関する面積は中心角が必要。

5は確率。文理で似た問題設定で文系の方が容易。

3 年度不明の京大 OP 過去問

1は2状態遷移の確率を求めた後、条件付き確率が問われる。条件付き確率は「 A が起こった」という過去形に注目、 A を仮の全事象として A の中だけを考えるのでこれが分母にきて、その中で B が起こる（ A が大前提だから $A \cap B$ ）の割合を考える、という意味理解をさせる。

2は微積分。4次関数のグラフと直線 $y=kx$ で囲まれる2つの部分の面積が等しくなる条件。まず2式を連立させて得られる方程式の実数解を捉えるので、定数分離。実数解は求まらないので文字でおき、満たすべき式を記述。面積一致については、端から端まで定積分して0とするのがよい。式を観察し、文字消去する。文系の微積分としてはややハードル高いのか。

3は四面体論証、ベクトル。京大らしいと思うがやや計算がハードでややクラシカル。生徒は途中の式変形を大幅に省略していて指摘した。証明問題だから、課程をきちんとかく。

4は整数。 $\text{mod } 3$ に注目は見やすいが、 $a=2, b \geq 3$ のときの議論がやや難しいか。実験するにしても階乗はすぐに大きくなる。

5は動く図形の最大最小。自由度1。模範解答は角を文字でおいていた。自分は直角に注目して即座に xy 座標平面を導入した。ただ正三角形を扱うので回転行列が使えるのが楽なのだが。

今回のOPの添削にあたっても、自力で解いた上で添削した。自分の手を動かすことの大切さを忘れてはならない。