

1 平均値の定理 – 不等式証明

平均値の定理の授業の 2 回目。不等式証明 $\frac{1}{a+1} < \log(a+1) - \log a < \frac{1}{a}$ に 25 分，極限值

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{\sin x}}{x - \sin x}$ に 20 分。

前回の授業では具体例を通して閉区間連続・开区間微分可能という条件を確認した。今回は，平均値の定理の式において「関数値の差」というキーワードを強調した。関数値の差 $f(b) - f(a)$ が，区間幅 $b - a$ とある 1 点での微分係数 $f'(c)$ の積でかける。ある意味異世界の表現をしているという感覚。関数値の差，関数の総変化量が，途中の 1 点での情報でかけるという感覚。実際の問題に適用する際には「関数値の差」という式の特徴を見抜いて平均値の定理の利用が思い浮かぶようにするというゴールを意識して，強調して授業した。

不等式の証明で，まずは平均値の定理の利用の流れを身につけてもらう。不等式

$\frac{1}{a+1} < \log(a+1) - \log a < \frac{1}{a}$ については，関数 $y = \log x$ のグラフの凸性が根拠（接線の傾きは減少していく）になっている。

2 平均値の定理 – 極限值

極限值 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{\sin x}}{x - \sin x}$ を求める問題については， x と $\sin x$ の大小が不明（ x の正負で大小が異なる）

で区間の形でかけないので，定義域全体で連続かつ微分可能，また x と $\sin x$ の間に存在する，という表記で場合分けを避ける記述を確認。はさみうちの原理を用いることになる。

頑張って授業したが，やはり平均値の定理は授業しにくさがある。本来はいつも通り問題集での復習演習と小テストの流れにすぐのせたいが，本校文化祭期間で忙しい時期なので後回しにせざるを得ない。