

1 放物線が切り取る線分の中点の軌跡

放物線外の定点を通る直線 l_t と放物線が異なる 2 点 A, B で交わるときの線分 AB の中点の軌跡。

2 次方程式の判別式が正のもとで 2 解を α, β とし、解と係数の関係から $\alpha + \beta$ と $\alpha\beta$ をパラメータ t で表しておく。

中点の y 座標に関しては、A, B の y 座標の平均としなくても、単に中点が直線 l_t 上であるという立式で済む。

α, β はあくまで補助的な文字であり、もちろん X, Y は文字定数で、パラメータ t の存在条件を考えることの確認（判別式が正となるパラメータ t が存在すれば、 α, β は自動的に定まる）。

なお、放物線でなく円で同様の問題があるが、範囲の議論がやや面倒でやりにくく、授業で扱う場合は放物線の方が扱いやすいと考える。

2 円の通過領域

直線でなく円 $(x+t)^2 + (y-2t)^2 = 4t^2$ の通過領域を考えるが、考え方は昨日と同じ。「円」であること（高校数学では点円や虚円は円とは考えない）からパラメータに $t \neq 0$ という制限がかかるという設定の問題であったが、正直自分も気付きにくいと思ってしまったので注意が必要だ。

2 次方程式が 0 以外の実数解をもつ条件を考えることになる。これはまず判別式 0 以上とし、そのうち 0 を重解としてもつ場合を除外する。これは 2 次方程式が $t^2 = 0$ となる場合である（解と係数の関係より）ので、1 次の係数と定数項がともに 0 となるときで、それは $2(X-2Y)=0$ かつ $X^2+Y^2=0$ から $X=Y=0$ となる。すなわち、原点は通過領域上ではない。

講習 4 日目まできて、ひたすら逆像法を同じ解説口調で繰り返している。集中的に学習してしっかり自分のものにしてほしいと願っている。